Trougao, četvorougao

1 Симетрале два унутрашња угла α и β троугла ABC заклапају угао од $137°$. Трећи угао γ једнак је:

A) $86°$; **B**) $89°$; **C**) $113°$; **D**) $98°$; **E**) $94°$.

2 Полупречник круга описаног око правоуглог троугла је 2, а његови оштри углови се односе као $2:1$. Дужина висине која одговара хипотенузи тог троугла је:

A) 1; **B**) $\sqrt{2}$; **C**) $\sqrt{3}$; **D**) 2; **E**) 1,5.

3 У правоуглом троуглу ABC конструисана је висина CD. Ако је M средиште дужи CD и N средиште дужи BD, одредити угао између AM и CN.

A) $90°$; **B**) $180°$; **C**) $75°$; **D**) $72°$; **E**) $80°$

4 Израчунати угао који образују висина и симетрала угла код темена C троугла ABC у зависности од углова α и β код темена A и B редом.

A) $\dfrac{\alpha-\beta}{2}$; **B**) $\dfrac{\alpha+\beta}{3}$; **C**) $\dfrac{\alpha+\beta}{2}$; **D**) $\dfrac{\alpha+\beta}{4}$; **E**) $\dfrac{|\alpha-\beta|}{2}$

5 На хипотенузи BC правоуглог троугла ABC дате су тачке D и E такве да је $CD = AC$ и $BE = AB$. Наћи угао $\sphericalangle DAE$.

A) $90°$; **B**) $60°$; **C**) $50°$; **D**) $45°$; **E**) $30°$

6 У једнакокраком троуглу ABC је $AB = 10$, а $AC = BC = 13$. Наћи збир дужина висина троугла.

A) $\dfrac{296}{13}$; **B**) $\dfrac{396}{13}$; **C**) $\dfrac{276}{13}$; **D**) $\dfrac{216}{13}$; **E**) $\dfrac{196}{13}$.

7 Страница ромба чија је површина 80, а однос дијагонала $4:5$, износи:

A) $\sqrt{84}$; **B**) $\sqrt{81}$; **C**) $\sqrt{72}$; **D**) $\sqrt{80}$; **E**) $\sqrt{82}$.

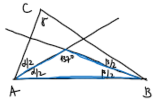
8 У трапезу $ABCD$ је $AB = 9$, $AD = BC = 4$, $\sphericalangle ABC = 60°$. Површина трапеза је:

A) 18; **B**) 16; **C**) $24\sqrt{3}$; **D**) $7\sqrt{3}$; **E**) $14\sqrt{3}$

9 Дати су правоугаоник $KLMN$, са страницама a и b, тачка P у правоугаонику и тачка Q ван њега, тако да су троуглови LMP и MNQ једнакостранични (троугао MNQ је цео ван правоугаоника). Наћи дужину PQ.

A) $\sqrt{a^2+b^2}$; **B**) $a+b$; **C**) $\dfrac{a+b}{2}$; **D**) $\sqrt{a^2-b^2}$; **E**) a^2+b^2

1.



$\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}+137^\circ=180^\circ$

$\frac{\alpha+\beta}{2}=180^\circ-137^\circ=43^\circ$

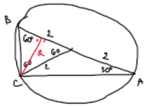
$\alpha+\beta=86^\circ$

$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

$\gamma=180^\circ-86^\circ$

$\boxed{\gamma=94^\circ}$

2.



$\alpha:\beta=2:1$

$2x \quad x$

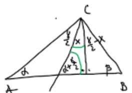
$\alpha+\beta=90^\circ$

$3x=90^\circ$

$x=30^\circ$

$h=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\boxed{\sqrt{3}}$

4.



$\alpha<\beta$

$\alpha+\frac{\gamma}{2}+x=90^\circ \quad /\cdot 2$

$2\alpha+\cancel{\gamma}+2x=180^\circ$

$\alpha+\beta+\cancel{\gamma}=180^\circ \quad -$

$\alpha+2x-\beta=0$

$2x=\beta-\alpha \quad \boxed{x=\frac{\beta-\alpha}{2}}$

$\alpha>\beta$

$\beta+\frac{\gamma}{2}+x=90^\circ \quad /\cdot 2$

$\alpha+\beta+\gamma=180$

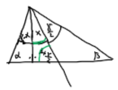
$2\beta+2x+\cancel{\gamma}=180$

$\alpha+\beta+\cancel{\gamma}=180 \quad -$

$\beta+2x-\alpha=0$

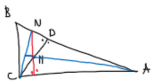
$2x=\alpha-\beta$

$\boxed{x=\frac{\alpha-\beta}{2}}$



$\boxed{x=\frac{|\alpha-\beta|}{2}}$

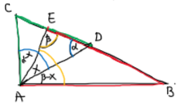
3.



AM је трећа висина у Δ ANC

MN || BC (средња линија Δ CDB)

5.



I начин

$\alpha-\cancel{x}+\cancel{y}+\beta-x=90^\circ$

$\alpha+\beta-x=90^\circ \Rightarrow \alpha+\beta=90+x$

$\alpha+\beta+x=180^\circ$

$90+x+x=180^\circ$

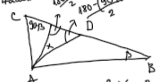
$2x=90^\circ$

$\boxed{x=45^\circ}$

II начин

$\frac{180-\beta}{2}=90-\frac{\beta}{2}$

$\frac{180-(90-\beta)}{2}=45^\circ+\frac{\beta}{2}$



$x+90^\circ-\cancel{\frac{\beta}{2}}+45^\circ+\cancel{\frac{\beta}{2}}=180^\circ \quad x+135^\circ=180^\circ \quad \boxed{x=45^\circ}$

6.

$h_c^2=13^2-5^2=169-25=144$

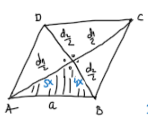
$h_c=12$

$P_\Delta=\frac{c\cdot h_c}{2}=\frac{b h_b}{2}$ $\quad \frac{10\cdot 12}{\cancel{2}}=\frac{13 h_b}{\cancel{2}} \Rightarrow h_b=\frac{120}{13}$

$h_a=h_b=\frac{120}{13}$

$h_a+h_b+h_c=12+2\cdot\frac{120}{13}=\frac{156}{13}+\frac{240}{13}=\boxed{\frac{396}{13}}$

7.



$d_2:d_1=4:5=8:10$

$d_2=8x \quad d_1=10x$

$P=\frac{d_1 d_2}{2}=80$

$\frac{\cancel{8}x\cdot\cancel{10}x}{2}=\cancel{80}$

$x^2=2$

$\boxed{x=\sqrt{2}}$

$a^2=(5x)^2+(4x)^2$

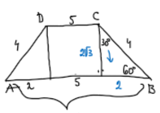
$a^2=25x^2+16x^2$

$a^2=41x^2=41\cdot 2$

$a^2=82$

$\boxed{a=\sqrt{82}}$

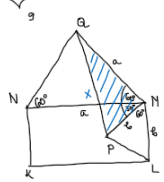
8.



$P=\frac{9+5}{2}\cdot 2\sqrt{3}$

$\boxed{P=14\sqrt{3}}$

9.



$x^2=a^2+b^2$

$\boxed{x=\sqrt{a^2+b^2}}$