Занимљива математика

**Чудесни свет Ојлерових једнакости**

Полазећи од основне, покретачке Ојлерове једнакости:

**(1)**

и уз мало истраживачке радозналости и храбрости лако долазимо до неких веома занимљивих и необичних једнакости.

I

За почетак, то су:

**(2)**

и

**(3)** .

Доказ:

Ако у једнакости (1) заменимо са , добијамо:

На основу познате непарности синусне и парности косинусне функције је

и .

Тако добијамо :

Сабирајући:

са

добијамо једнакост (3) .

Одузимајући, добијамо једнакост (2) .

Ове једнакости користе се у реалној анализи за решавање неких типова тригонометријских интеграла методом смене. Познате су као Ојлерове смене!

II

Следе једнакости мање познате математичком аудиторијуму:

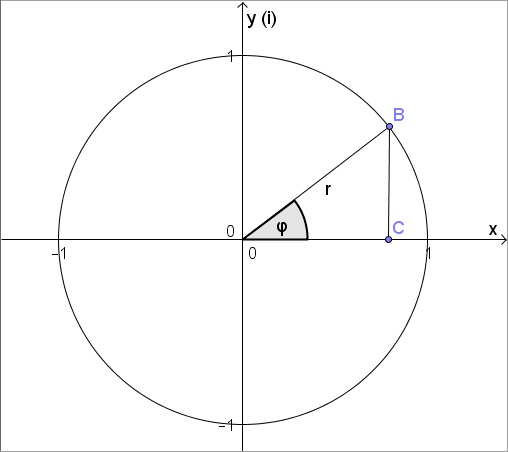
**(4)**

и

**(5)**

Докажимо једнакост (4) .

Број је тачка на кружници у комплексној равни :



**O**

,

Како је у , односно :

то је:

У правоуглом троуглу је:

, тј. .

Тригонометријски запис броја је:

и експоненцијални:

Овде важи .

Тако број има експоненцијални запис:

Даље је:

Спојимо ли почетак и крај, добијамо једнакост (4) .

Слично се доказује (5) .

III

За крај, ту су једнакости које можда највише оправдавају наслов текста:

**(6)**

и

**(7)** .

Након што смо доказали (4) лако доказујемо (6) и (7) .

Сменом у (4) непосредно добијамо једнакост (6) .

У једнакости (6) крије се и једнакост (7) !

Остављамо читаоцу, да уз споменуту истраживачку радозналост, храброст и стрпљење, докаже, у овом тексту последњу, чудесну Ојлерову једнакост :

Аутор текста :

Синиша Мозетић, професор

Текст припремио :

Милош Мозетић, ученик